

KÜLÖNBÖZŐ GÉPEKEN MEGHATÁROZOTT SORRENDEN MEGMUNKÁLANDÓ GYÁRTMÁNYOK GYÁRTÁSI ÜTEMTERVÉNEK MEGHATÁROZÁSA HEURISZTIKUS MÓDSZERREL

DR. PERGE IMRE

(Közlésre érkezett: 1973. december 3.)

1. Bevezetés

Az eltelt 20—25 év alatt sok, a gyakorlatban előforduló, operáció-kutatási probléma standard matematikai módszerek (lineáris programozás, egészértékű programozás stb.) segítségével megoldást nyert. E módszerek alkalmazását azonban a matematika és a számítógépek fejlettségi foka korlátozza. Ilyen korlátozó tényező például:

- az ismert modell nem algoritmizálható, vagy még nem ismeretes az algoritmus,
- a számítási eljárás annyira számítógép-igényes, hogy meghaladja a rendelkezésre álló számítógép kapacitását, vagy elfogadható időn belül nem vezet el a probléma megoldásához.
- a probléma egyetlen lehetséges megoldása is komoly nehézségeket okoz és a célfüggvény sem fogalmazható meg egyértelműen stb,

Ilyen esetekben az ún. *heurisztikus módszer* alkalmazása válik szükségessé.

A heurisztikus módszer lényeges vonása, hogy az adott probléma megoldását egy terv kontsruálása útján keressük és lépésről lépésre döntünk a következő tervezési elemről. Minél gondosabb és célszerűbb az ún. előrehaladási stratégiánk, annál jobb megoldást kapunk.

A heurisztikus eljárások általában bonyolult és a gyakorlatban igen jelentős problémák megoldására készülnek.

Ebben a cikkben egy — a gyakorlatban is bevált — heurisztikus eljárást ismertetünk, az úgynevezett gépterhelési probléma megoldására, pontosabban különböző gépeken, meghatározott sorrendben megmunkálendő gyártmányok gyártási ütemtervének meghatározására.

2. A feladat matematikai megfogalmazása

Azoknál a vállalatoknál, ahol egy-egy időszak gyártmányválasztékának megfelelően, a gyártmányokat megadott határidőkre kell elkészíteni,

gondos tervező munkát kell végezni annak érdekében, hogy a rendelkezésre álló idő alatt és gépeken a munka a lehető „leggazdaságosabban”, vagy egyáltalán elvégezhető legyen. Gyakran előfordul, hogy egyes gépek állnak, mert még a gyártmányok ezen a gépen nem kerülhetnek megmunkálásra, más gépeknél viszont a gyártmányok megmunkálásra várva torlódnak. Azzal, hogy megadjuk az optimális termelési tervet még nem ismerjük a gyártmányok ütközésmentes gyártási ütemtervét és a gépek terhelését.

Gyakori probléma a következő tervezési, ütemezési feladat:

Egy meghatározott időszakban (hónap, félév stb.) adott

$$S_k \quad , \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

gyártmányokat, adott

$$G_i \quad , \quad (i = 1, 2, \dots, s)$$

gépeken kell meghatározott időre legyártani. Minden S_k gyártmány elkészítéséhez meghatározott

$$T_k \quad , \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

idő (pl. napokban) áll rendelkezésre.

Minden gépet és gyártmányt az index számával, mint kódszámmal jellemezhetjük. Minden gyártmány megmunkálása közben megadott sorrendben végighalad bizonyos gépeken. A gyártmányok elkészítését munkafolyamatokra bonthatják, mégpedig minden gyártmány gyártását annyira, ahány gépen megmunkálásra kerül. Egy *munkafolyamat* egy gyártmány megmunkálását jelenti egy gépen. Jelöljük a gyártmányoknak éppen az adott sorrendben felbontott munkafolyamatait

$$E_j \quad , \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

-vel, ahol ha f_k a k -adik gyártmány munkafolyamatainak a száma, akkor

$$m = \sum_{k=1}^n f_k ,$$

az összes munkafolyamatok száma.*

Az E_j munkafolyamatnak az alábbi két követelményt kell kielégíteni:

* Számítástechnikai megfontolásból a matematikában szokásos kétindexes jelölés helyett, az egyindexes jelölési formát alkalmazzuk.

- a) Az S_k gyártmányt adott munkafolyamatokkal (adott gépeken), adott sorrendben kell elkészíteni. Tehát minden egyes S_k gyártmányhoz tartozik az $1, 2, \dots, s$ számoknak egy jól meghatározott f_k osztályú variációja, amelyből egyértelműen meghatározhatók a k -adik gyártmány legyártásához szükséges gépek, és azok sorrendje.
- b) Az E_j munkafolyamatot a G_i gépen kell elvégezni, t_i idő alatt (megmunkálási idő pl. percekben).
Jelölje g_i a j -edik munkafolyamathoz rendelt gép indexszámát, és végül M_i , ($i = 1, 2, \dots, s$) azt, hogy az i -edik gép hány műszakban üzemel. $1 \leq M_i \leq 3$.

Az E_j munkafolyamatok ütemezésénél ügyelni kell arra, hogy egy gyártmányt sem lehet valamely gépen megmunkálni mindaddig, amíg az előzőn munkában van, továbbá egyetlen gép sem lehet duplán terhelve. Azonos munkafolyamat elvégzésére egy gép áll rendelkezésre, vagyis egy folyamat realizálásához pl. egy fűrőgépet, egy esztergapadot stb. használunk és egyetlen gyártmány sem kerül vissza ugyanarra a gépre.

Tekintsük a munkafolyamatok egy lehetséges d ütemezését és jelöljük d_j -vel a j -ediknek beütemezett munkafolyamat indexét. Tehát a d_j számok az $1, 2, \dots, m$ számok egy permutációját alkotják és ez a permutáció egyértelműen meghatározza a munkafolyamatok ütemezését.

Az előírások figyelembevételével az ütemezés alapján meg kell határozni minden G_i gépre ($i = 1, 2, \dots, s$) a megmunkálási sorrendet, vagyis mindazon

$$E_{j_{\alpha}}\text{-kat}$$

ahol

$$g_{j_{\alpha}} = i, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \mu),$$

továbbá ezen munkafolyamatok kezdési és befejezési idejét, amelynek alapján már az egyes gyártmányokhoz tartozó munkafolyamatok és azok kezdési és befejezési ideje is meghatározott.

Az optimális megoldást többféleképpen is megfogalmazhatjuk:

- a gépek munkafolyamatok közötti üresjárása legyen minimális,
- a teljes gyártási idő legyen minimális,
- a betartandó határidők késése legyen minimális stb.

Mi ezek közül az elsőt választjuk, de csak mint szempontot, tekintetvel arra, hogy a heurisztikus módszerek csak szuboptimális megoldást szolgáltatnak és az optimalizálásra csak utalunk, mivel nagyszámú gép és gyártmány esetén a probléma egyetlen lehetséges megoldásának létrehozása is komoly nehézségeket okoz.

3. Az algoritmus

1. lépés. A megadott információk alapján a gyártást munkafolyamatokra bontjuk, azaz sorszámozzuk.

$$j = 1, 2, \dots, m; \quad m = \sum_{k=1}^n f_k,$$

és egyúttal feljegyezzük a gyártmányok

$$v_k = \sum_{h=1}^k f_h$$

befejező és $b_k = v_k - f_k + 1$, ($k = 1, 2, \dots, n$)

kezdő munkafolyamatának sorszámát, valamint az egyes munkafolyamatokhoz rendelt gépek g_i indexszámát és azok elvégzéséhez szükséges t_j időket órákban kifejezve.

Ha a gépek nem azonos műszakszámban dolgoznak, akkor

$$t_j M_{g_j}$$

értékeit vesszük figyelembe, amivel a problémát egy műszakos üzemelésre vezetjük vissza, és egységesen napi 8 órás terheléssel számolhatunk.

2. lépés. Adjunk egy A változónak nagy értéket. (pl. $A = 8\,000\,000$). Meghatározzuk az egyes gyártmányok elkészítésére fordítható idők figyelembevételével mindenegyes gyártmánynál a soronkövetkező munkafolyamatokra még rendelkezésre álló időket „ a ”, azaz $k = 1, 2, \dots, n$ -re elvégezzük az alábbi számításokat.

$$a = T_k - \sum_{i=b_k}^{v_k} t_i.$$

A legkisebb „ a ” érték meghatározása végett ha $a < A$, akkor feljegyezzük a „ k ” és „ b_k ” értékét. $q = k$ és $e = b_k$, $A = a$.

Megjegyzés: A b_k sorszámú munkafolyamat lesz az a soron következő tevékenység, amelyhez a legkevesebb idő áll rendelkezésre, így feltétlenül ezt kell beütemezni. Előfordulhat, hogy az említett listában többhöz is tartozik legkisebb időpont. Ilyen esetben újabb „elsőbbségű” lista konstruálására nyílna lehetőség, ez azonban a gyakorlatban csak kis valószínűséggel következhet be, ezért ettől eltekintünk.

3. lépés. A 2. lépést kell végezni

$$l = 1, 2, \dots, m$$

-re és minden egyes lépésnél rögzíteni kell a beütemezett tevékenység indexszámát

$$d_l = e$$

és a szóban forgó gyártmány indexszámát:

$$c_l = q.$$

Továbbá, ha $e = v_q$, vagyis egy gyártmány befejező tevékenysége, akkor T_q értékét elég nagyra változtatjuk (pl. $8\,000\,000$), hogy a q -adik gyártmány újabb beütemezésére már ne kerüljön sor.

Végül b_i értékét eggyel növeljük, annak érdekében, hogy az „ütemezés” már a soron következő munkafolyamatot vegye figyelembe, ha majd újra a szóban forgó gyártmányra kerül sor.

4. lépés. Ebben a lépésben az egyes munkafolyamatok kezdő és befejező idejét kell meghatározni (pl. napokban).

Először definiálunk egy $m \cdot 6$ méretű $W = [W_{ij}]$ mátrixot az adatok rögzítésére.

A beütemezett munkafolyamatok mindegyikére, vagyis $l = 1, 2, \dots, m$ -re végrehajtjuk az alábbiakat. Jelölje x_k ($k = 1, 2, \dots, n$) a k -adik gyártmányra már beütemezett időt és y_i ($i = 1, 2, \dots, s$) az i -edik gép már beütemezett terhelési idejét. A kiindulásnál

$$x_k = 0 \text{ és } y_i = 0$$

valamennyi k -ra és i -re. Legyen továbbá $j = d_l$, $i = g_l$ és $k = c_l$.

Ha $y_i \leq x_k$, akkor $w_{l5} = x_k$ és $y_i = x_k + t_i$,

egyébként

$$w_{l5} = y_i \text{ és } y_i \text{ értékét } t_j\text{-vel növeljük } (y_i + t_j).$$

Ezután az

$$x_k = y_i \quad w_{l6} = y_i$$

meghatározása után, ahol w_{l5} és

w_{l6} az l -ediknek beütemezett munkafolyamat kezdési illetve befejezési időpontja, feljegyezzük a W mátrix l -edik sorába még

$$\begin{aligned} w_{l1} &= j \\ w_{l2} &= i \\ w_{l3} &= k \\ w_{l4} &= t_j \cdot M_i \end{aligned}$$

értékeit.

5. lépés. $i = 1, 2, \dots, s$ -re i értékének kiírása után kiválasztjuk a W mátrix azon sorait, amelyekben $w_{l2} = i$ -vel ($l = 1, 2, \dots, m$), és ki-
íratjuk

$$w_{l3}, w_{l4}, w_{l5}, w_{l6}$$

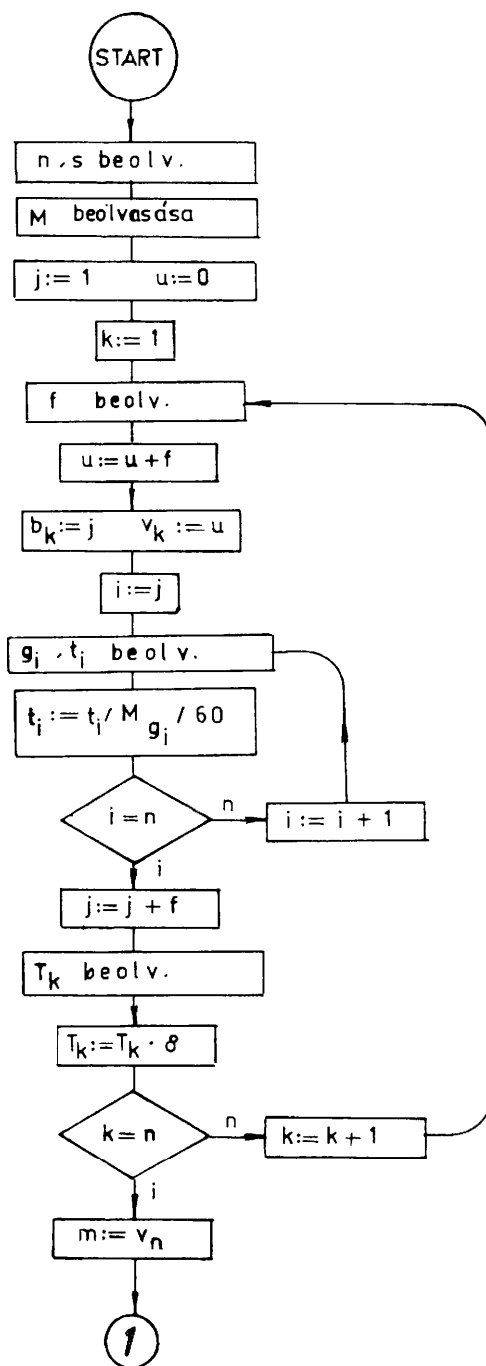
értékeit. (w_{l5} és w_{l6} értékei munkanapra órára és percre könnyen átalakíthatók.) Ezek az értékek szolgáltatják az egyes gépek terhelési táblázatát.

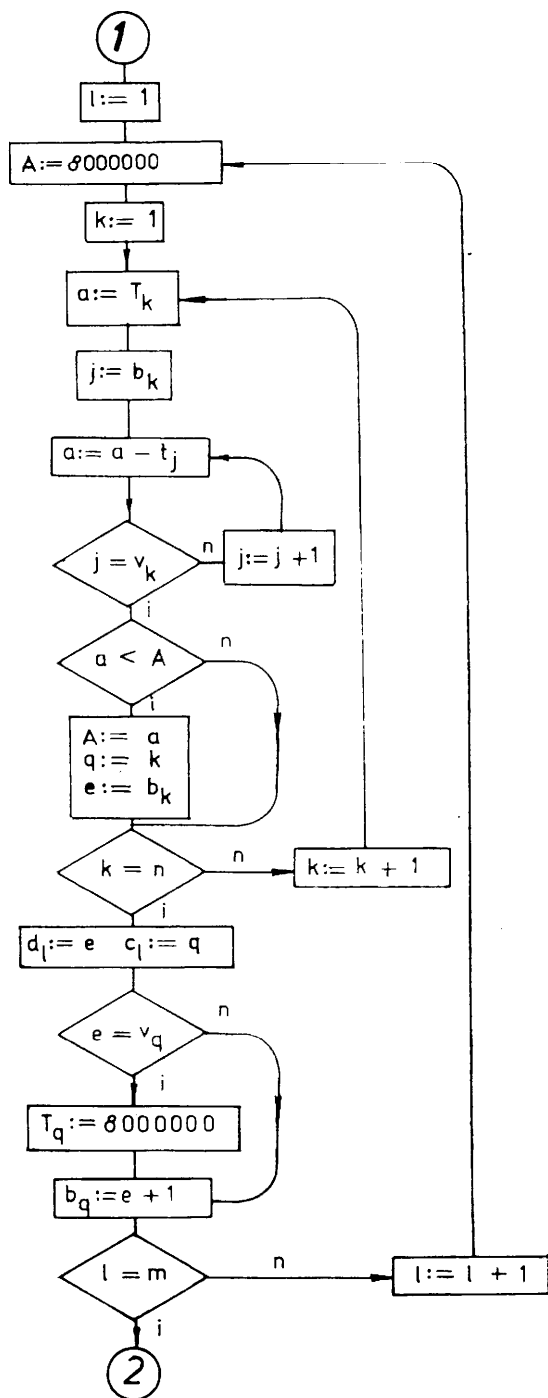
6. lépés. $k = 1, 2, \dots, n$ -re k értékének kiírása után kiválasztjuk a W mátrix azon sorait, amelyekre $w_{l3} = k$ -val ($l = 1, 2, \dots, m$) és ki-
íratjuk

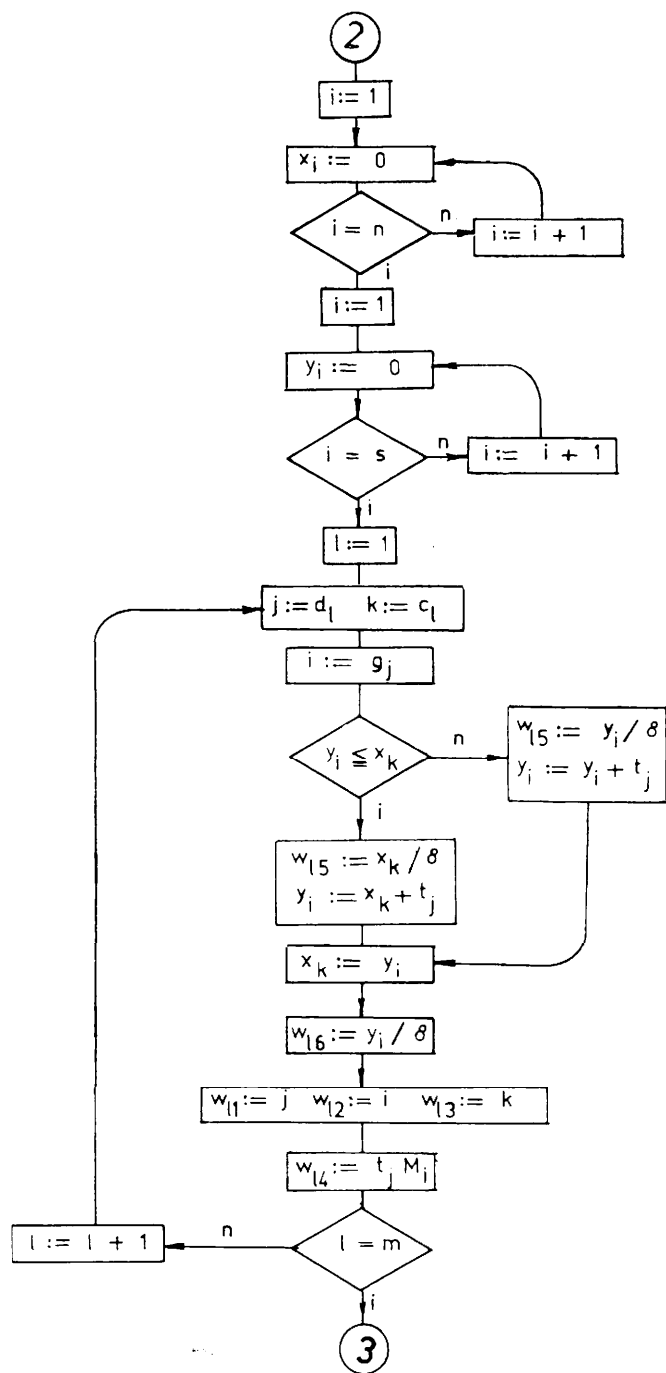
$$w_{l2}, w_{l6}, w_{l5}, w_{l4}$$

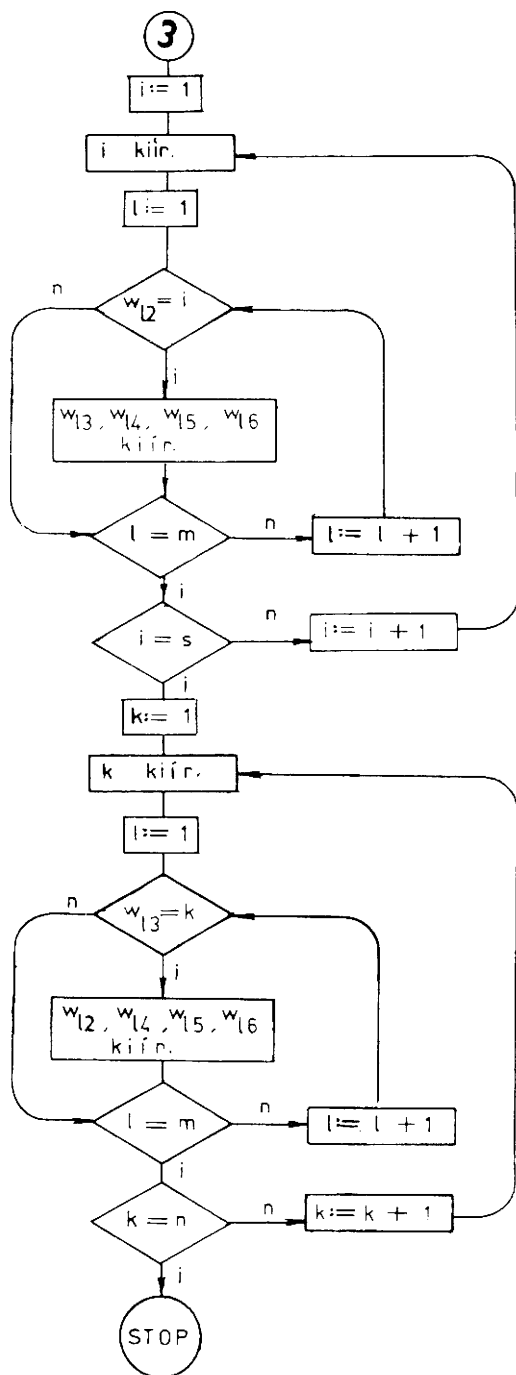
értékeit, amelyek az egyes gyártmányok elkészítési ütemtervét szolgáltatják.

4. A gépi program
blokkdiagramja









5. Példa

Az algoritmus működését egy egyszerű példán mutatjuk be, ahol a gépek száma $s = 4$ és a gyártmányok száma $n = 3$. A szükséges adatokat és az ütemezést az alábbi táblázat tartalmazza.

T_k	j	k	g_i	t_i	1	2	8	3	4	9	5	6	7	10	11	1	v_k	b_k
15	1		2	2	6											1		
	2	1	3	5		8										2	3	1
	3		4	2			13	13	A	A	A	A	A	A	A	4		
25	4		4	3	14	14	14	14	14							5		
	5		3	1						17	17					7		
	6	2	1	3								18				8	7	4
	7		2	4									21	A	A	9		
25	8		1	5	12	12	12									3		
	9		2	5				17	17	17						6		
	10	3	3	2							22	22	22	22		10	11	8
	11		4	1											24	11		

$A = 8\,000\,000$ és az egyszerűség kedvéért a műszakok száma valamennyi gépnél legyen 1 és az idő mértéke a nap.

1. lépés: a szükséges adatokat a táblázatban feltüntettük.

2—3. lépés. $l=1$; $A = 8\,000\,000$.

$k = 1$, $a = 6$, $q = 1$, $e = 1$, $A = 6$
 $k = 2$, $a = 14$,
 $k = 3$, $a = 12$, $d_1 = 1$, $c_1 = 1$, $b_1 = 2$
 $l = 2$; $A = 8\,000\,000$.

$k = 1$, $a = 8$, $q = 1$, $e = 2$, $A = 8$
 $k = 2$, $a = 14$,
 $k = 3$, $a = 12$, $d_2 = 2$, $c_2 = 1$, $b_1 = 3$
 $l = 3$, $A = 8\,000\,000$

$k = 1$, $a = 13$, $q = 1$, $e = 3$,
 $A = 13$
 $k = 2$, $a = 14$,
 $k = 3$, $e = 12$, $q = 3$, $e = 8$,
 $A = 12$
 $d_3 = 8$, $c_3 = 3$, $b_3 = 9$

és így tovább. Az eljárás további része a táblázat alapján világos: l , d_1 értékeit és az ütemezést a táblázatban végig feltüntettük.

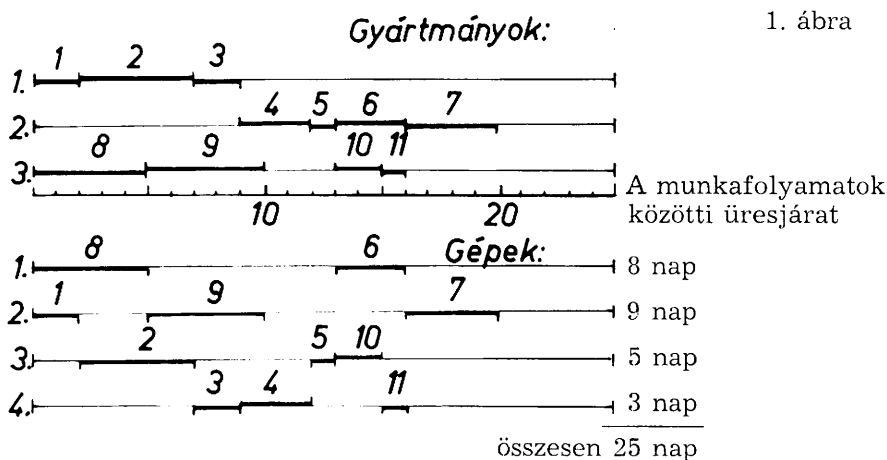
4. lépés: A beütemezett munkafolyamatokat két diagramba helyezve szemléltethetjük. A diagram vízszintes tengelyére az időt mérjük fel, a függőleges tengelyre pedig, az egyik diagramban a gyártmányokat, a má-

síkban pedig a gépeket visszük fel (lásd. 1. ábra). A j -edik munkafolyamatot jelképező időintervallumot a megfelelő gyártmánynál és a megfelelő gépnél is elhelyezzük A szóbanforgó W mátrix a következő

$$W = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 1 & 5 & 2 & 7 \\ 8 & 1 & 3 & 5 & 0 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 7 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 2 & 3 & 9 & 12 & 12 \\ 9 & 2 & 3 & 5 & 5 & 10 & 10 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 12 & 13 & 13 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 13 & 16 & 16 \\ 7 & 2 & 2 & 4 & 16 & 20 & 20 \\ 10 & 3 & 3 & 2 & 13 & 15 & 15 \\ 11 & 4 & 3 & 1 & 15 & 16 & 16 \end{array}$$

5. lépés

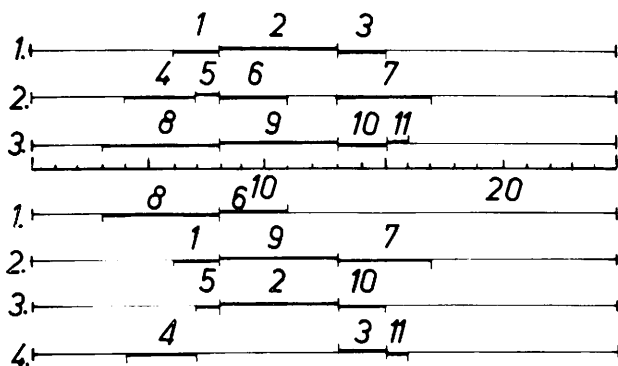
A beütemezett munkafolyamatokat gyártmányokra és gépekre az alábbi ábrán szemléltetjük.



Mint látható a gyártás az előírt határidőre befejezhető. Amennyiben az egyes gyártmányok gyártása határidő előtt befejezhető, az egyes időintervallumok mozgatásával bizonyos optimalizálásra is lehetőség nyílik. Példánk egy ilyen szuboptimális megoldását a 2. ábrán mutatjuk be.

6. A modell gyakorlati alkalmazása

Végül a modell felhasználására teszünk néhány megjegyzést. Az ismertetett módszert a gyakorlatban is kipróbáltuk a Mátravidéki Féműveknél (Sirok). A feladat megoldása Odra-1204 elektronikus számítógép segítségével történt és programja ALGOL-60 programozási nyelven



2. ábra

A gépek üresjárata
6 napra csökken.

készült. A feladat főbb paraméterei a következők voltak: Az elkészítendő gyártmányok száma 51. (Egy-egy gyártmány 50—100 db.) Az egyes gyártmányok 8 időnorma szerint megkülönböztethető csoportba sorolhatók, amelyek megmunkálása az alábbi gépeken és sorrendben történik:

Sorszám	Gép, műhely	Hány műszakban üzemel	Egyidejűleg hány db-ot készít
1	Eszterga	3	1
2	Edző I.	3	10
3	Sikköszörű	2	20
4	Univ. köszörű	3	1
5	Furatköszörű	3	1
6	Leppelő	2	1
7	Szerszámköszörű	2	1
8	Lakatos	1	1
9	Edző 2.	3	10

Az egyes munkafolyamatok elvégzése után az átadás-átvétel miatt 24—48 óra időt kell biztosítani. Ismeretes továbbá az egyes szériák legkésőbbi befejezésének határideje. Meghatározandó a szóbanforgó gyártmányok féléves gyártási ütemterve. Ez a feladat a közölt algoritmus egy speciális esete, amennyiben valamennyi gyártmány ugyanazokon a gépeken és ugyanolyan sorrendben kerül megmunkálásra.

A feladat megoldási ideje egy óra volt, melynek jelentős része a nyomtatásra fordított idő volt. Külön táblázat készült az egyes gépek terhelésére, másrészt az egyes gyártmányok megmunkálására vonatkozóan (gyártmánykísérő táblázat). Az eljárás segítségével nemcsak ütközésmentes ütemterv elkészítése vált lehetségessé, hanem a gyártási folyamat is jelentősen, közel 17 százalékkal, egy teljes hónappal lerövidült. Külön eredmény még az is, hogy a legidőigényesebb gép (az eszterga) kapacitását 100 százalékosan sikerült lekötni, tehát nincs üresjárata.

Megemlítjük még, hogy egy ilyen méretű feladat megoldásának még kézi számológépek segítségével sincs reális alapja. (Több évszázad szükséges egy féléves terv elkészítéséhez.) A számítógép és a módszer alkalmazása tehát rendkívül jelentős.

I R O D A L O M

- [1] Kaufmann A: Az operációkutatás módszerei és modelljei. Műszaki Kiadó, 1968.
- [2] Heuristische Planungsmethoden. Lecture in Operations Research and Mathematical Economics. 13. sz. 1969.
- [3] Müller-Merbach: Operations Research, 1969. Verlag Franz Vahlen GmbH, Berlin und Frankfurt.
- [4] Dr. Csath Magdolna: Operációkutatás. SZÁMOK, Budapest, 1972.

BESTIMMUNG DES PRODUKTIONSTERMINPLANS FÜR DIE — AN DEN VERSCHIEDENEN MASCHINEN UND IN BESTIMMTER REIHENFOLGE ZU BEARBEITENDEN — PRODUKTE, MIT HEURISTISCHER METHODE

Dr. Imre Perge

In dieser Arbeit wird ein — auch in Praxis gutbewährtes — heuristisches Verfahren für die Lösung des Maschinenbelastungsproblems bekannt gemacht. Mit Hilfe des mitgeteilten Algorithmus kann neben der Belastungszeit der einzelnen Maschinen auch der Produktionsterminplan bestimmt werden. Es ist auch für die Lösung umfangreicher Aufgaben gut zu verwenden.